**Taller Básico y Avanzado de Geometría II (3/2/17):**

Vectores del plano. Diagonales en un paralelogramo.

Medianas de un triángulo. Existencia del baricentro de un triángulo.

Movimientos del plano. Homotecias.

Bisectrices de un triángulo. Existencia del incentro.

***Problema 3 (****Fase local 2006)*

*En el triángulo ABC se traza la bisectriz interior CD. Se sabe que el centro del círculo inscrito en el triángulo BCD coincide con el centro del círculo circunscrito del triángulo ABC. Calcular los ángulos del triángulo ABC.*

Alturas de un triángulo. Existencia del ortocentro. Recta de Euler.

***Problema****. Demostrar que los simétricos del ortocentro de un triángulo ABC respecto de los tres lados del triángulo están en la circunferencia circunscrita a ABC.*

***Teorema (1º de Ptolomeo).*** *Cuatro puntos A, B, C, D dados son cocíclicos (están en una misma circunferencia) si y sólo si el producto de las diagonales es igual a la suma de los productos de pares de lados opuestos: AC.BD=AB.CD+AD.BC*

*Aplicación: encontrar la razón áurea entre diagonales y lados de un pentágono regular.*

***Teorema (2º de Ptolomeo).*** *Dados cuatro puntos A, B, C, D cocíclicos, se verifica que*

Fórmulas del área de un triángulo, conocidos:

 Base y altura.

 Dos lados y el ángulo que abarcan

 Lados (fórmula de Herón). Lados (*p*=semiperímetro) y circunradio (*R*):

 Semiperímetro e inradio (*r*)

 Coordenadas de los vértices.

***Problema****. Demostrar que en un triángulo equilátero la suma de las distancias desde un punto interior a cada uno de los lados es igual a la altura del triángulo.*

***Problema*** (J.L. Díaz)***.*** *Un listón de madera se corta aleatoriamente en tres trozos. ¿Cuál es la probabilidad de que con los tres trozos se pueda hacer un triángulo?*

***Problema (nº 1 fase local 2017 Andalucía).*** *Hallar las coordenadas de los puntos de la siguiente circunferencia que están más próximos y más alejados del origen de coordenadas*

***Problema (nº 1 fase local 2017 España).*** *Sea E una elipse y consideremos tres rectas paralelas r1 , r2 y r3 cada una de las cuales corta a E en dos puntos distintos. Sean estos puntos A1, B1, A2, B2 y A3, B3 , respectivamente. Probar que los puntos medios de los segmentos A1B1, A2B2 y A3B3 están alineados*.

***Problema (nº3 fase local 2017 sábado en España).*** *En un triángulo acutángulo ABC consideramos su ortocentro H. Sean A’, B’ y C’ los simétricos de H con respecto a los lados BC, CA y AB, respectivamente. Probar que si los triángulos ABC y A’B’C’ tienen un ángulo igual, entonces también tienen un lado igual. ¿Es cierto el recíproco?*

***Problema (nº4 fase local 2017 sábado en España).*** *Probar que dados 4n puntos en el espacio tridimensional, tales que no hay cuatro de ellos coplanarios, siempre se pueden formar n pirámides de base triangular de modo que no hay intersecciones entre ellas.*

***Problema***(J.L. Díaz) *Let ABCD be a convex quadrilateral and P, Q be the midpoints of sidesCD, AB, respectively. Let AP, DQ meet at X and BP, CQ meet at Y. Prove that*

*[ADX] + [BCY] = [PXQY] .* Los corchetes representan el área del polígono correspondiente.

***Problema***(J.L. Díaz) *Let P be an interior point to the triangle ABC. Let D, E and F be the feet of perpendiculars drawn from P to the sides BC,CA and AB, respectively. Find*

*the position of P for which the expression*

*attains its minimum value.*

***Problema***(J.L. Díaz) *Prove that in any triangle XYZ with the usual notations, holds*

*where A = [XYZ] (Hadwiger-Finsler's inequality).*